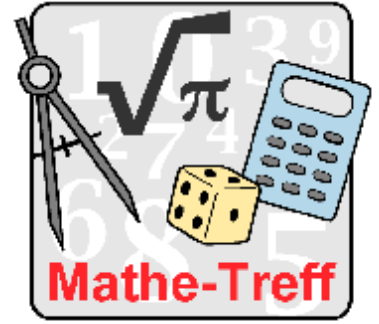


www.mathe-treff.de

**Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben
für die Klassen 7 und 8
Januar bis März 2021**



© Bezirksregierung Düsseldorf

Aufgabe 1

Willi, Fredi und Karli – drei übermütige Osterhasen

Wir lösen mit Widerspruch durch Annahme.

1. Annahme: Die 1. Aussage ist richtig, daraus ergibt sich:

(1) Willi hat das rote Ei.

(2) Fredi hat das rote Ei.

(3) Karli hat das grüne Ei.

(1) und (2) stehen im Widerspruch also muss die 1. Annahme verworfen werden.

2. Annahme: Die 2. Aussage ist richtig, daraus ergibt sich:

(1) Willi hat das rote Ei nicht.

(2) Fredi hat das rote Ei nicht.

(3) Karli hat das grüne Ei.

Auch hier ergibt sich ein Widerspruch, da niemand das rote Ei hat.

3. Annahme: Die 3. Aussage ist richtig, daraus ergibt sich:

(1) Willi hat das rote Ei nicht.

(2) Fredi hat das rote Ei.

(3) Karli hat das grüne Ei.

Also hat Fredi das rote Ei, Karli das grüne Ei und Willi hat das blau getupfte Ei.

Aufgabe 2

Kira und die Murmeln

In der Pyramide liegen von oben nach unten die Dreieckszahlen.

Zur Veranschaulichung wird jede Ebene in Reihen aufteilt. In der ersten Reihe liegen immer n Murmeln, so n die Ebene gezählt von oben ist. In jeder weiteren Reihe liegt immer 1 Murmel weniger, als in der vorherigen Reihe. Für die Berechnung der Dreieckszahlen benutzen wir die Gaußsche Summenformel $0+1+2+3+4+\dots+n=n(n+1)/2$. Setz man nun in die Formel ein ergeben sich für die Ebenen von oben nach unten:

1. Ebene $1(1+1)/2= 1$

2. Ebene $2(2+1)/2= 3$

3. $3(3+1)/2= 6$

4. $4(4+1)/2= 10$

5. $5(5+1)/2= 15$

6. $6(6+1)/2= 21$.

Also ergibt die Anzahl der Murmeln in der Pyramide: $1+3+6+10+15+21=45$

In der obersten Ebene liegt also eine Murmel, in der untersten Ebene liegen 21 Murmeln und in der gesamten dreieckigen Murmelpyramide mit 6 Ebenen befinden sich 45 Murmeln.

Aufgabe 3

Ostereiersuche

Aufgrund der Aussagen können wir Gleichungen aufstellen, wobei x die Anzahl der Eier, die Karla und y die Anzahl der Ostereier, die Konrad gesammelt hat, ist.

$$(1) x+1=y-1$$

$$(2) 2(x-1)=y+1$$

Aus Umformung von (1) ergibt sich

$$(3) y=x+2.$$

Wenn wir nun y aus (3) in Gleichung (2) einsetzen ergibt sich

$$(4) 2(x-1)=x+3 \Leftrightarrow 2x-2=x+3 \Leftrightarrow x=5.$$

Nun setzen wir das Ergebnis für x aus (4) in (3) ein und erhalten

$$(5) y=5+2=7.$$

Karla hat also 5 und Konrad 7 Ostereier gesammelt.