www.mathe-treff.de

Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben für die Klassen 9 und 10 (Sekundarstufe I)

Januar bis März 2022

Aufgabe 1

Würfel aus Dominos

Für die Anzahl der Dominosteine gilt: n^3, die Anzahl der weißen Dominosteine ist demzufolge $(n - 2)^3$. Die Anzahl der braunen beträgt dann $n^3 – (n – 2)^3$
Laut Aufgabenstellung soll die Anzahl der braunen Steine 26 bzw. 152 sein. Es sind also die Gleichungen $n^3 – (n – 2)^3 = 26$ bzw. $n^3 – (n – 2)^3 = 152$ zu lösen. Nutzt man davor einen GTR so erhält man für $n^3 – (n – 2)^3 = 26$ also Lösung $n = 3$, ($n = - 1$ entfällt). Es sind also $(3-2)^3 = 1$ weißer Dominostein enthalten.
$n^3 – (n – 2)^3 = 152$, hat die Lösungen $n = 6$, ($n = - 4$ entfällt). Hier sind also $(6-2)^3 = 64$ weiße Dominosteine enthalten.
(Hinweis: $n^3 – (n – 2)^3 = n^3 – (n^3 - 6n^2+12n – 8) = 6n^2 -12n+8$.)

Aufgabe 2

Der Schnee in Jonsdorf

a) Die Schneemenge hat die Form eines Quaders, sein Volumen berechnet sich wie folgt:

V=Länge·Breite·Höhe;

$V=50\text{ m}\cdot 40\text{ m}\cdot 50\text{ cm} = 50\text{ m}\cdot 40\text{ m}\cdot 0{,}5\text{ m}=1000\text{ m}^3$.

b) $V_{Kegel}=1/3\ \pi\cdot r^2\cdot h=1/12\ \pi\cdot d^2\cdot h$, mit $d = 2r$: Durchmesser und h: Höhe des Kegels.

Es soll nun gelten, dass $h = d$ ist und $V = 1000\text{ m}^3$, also ergibt sich:

$V_{Kegel}=1/12\ \pi\cdot d^2\cdot d =1/12\ \pi\cdot d^3$.

Mit $V = 1000\text{ m}^3$ folgt: $1000 = 1/12\ \pi\cdot d^3$,also d □ 15,6 m. Der Kegel wäre etwa

15,6 m hoch.

Aufgabe 3

Die Fahrt nach Jonsdorf

a) Wenn man davon ausgeht, dass alle fünf Sitzplätze gerecht unter den drei Kindern aufgeteilt werden, dann gibt es 5 mal 4 mal 3 = 60 Pausen. Wenn es nur darum geht – wer hinter dem Fahrersitz auf diesem Sitzplatz sitzen darf – dann gibt es nur 3 Pausen, die durch den notwendigen Sitzplatzwechsel benötigt würden.
Hier ist die Aufgabenstellung bewusst etwas offener formuliert worden.

b) Es gelten die üblichen Gesetze: Weg = Geschwindigkeit mal Zeit.
Für die erste Hälfte der Strecke gilt: $s_1= 60\cdot t_1$, für die zweite Hälfte der Strecke gilt: $s_2 = 80\cdot t_2$. Da laut Aufgabenstellung die gesamte Strecke gleich $s_1+ s_2$ ist und $s_1= s_2$ gilt, gilt auch $60\cdot t_1 = 80\cdot t_2$, also $t_2 = 0{,}75\cdot t_1$.
Für die Durchschnittsgeschwindigkeit gilt: Gesamter Weg durch die dazu benötigte Zeit, also in Formel:

$$v_{Durchschnitt} = \frac{s_1+s_2}{t_1+t_2} = \frac{60t_1+80\,t_2}{t_1+t_2} = \frac{60t_1+0{,}75\cdot 80\,t_1}{t_1+0{,}75t_1} = \frac{120\,t_1}{1{,}75t_1} \approx 68{,}57\ [km/h].$$

Johann hat nicht recht, weil die durchschnittliche Geschwindigkeit etwa in diesem Fall 68,6 km/ h beträgt.