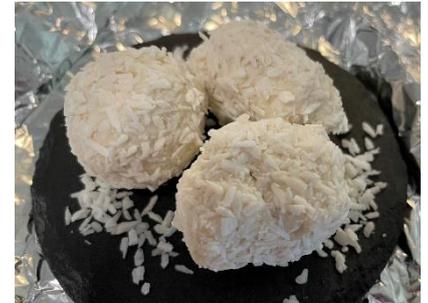


Aufgabe 1

Weihnachtspralinen

In der Weihnachtsbäckerei kreieren die Wichtel Maja und Alina eine neue Pralinensorte. Dabei ist eine Kugel aus leckerem Marzipan genau mittig in einem Tetraeder aus Schokolade platziert, sodass das Marzipan an allen Seitenflächen gerade eben sichtbar ist.

Zeige: Wenn O der Oberflächeninhalt des Tetraeders und r der Radius der Kugel ist, dann gilt für das Volumen V des Tetraeders $V = \frac{1}{3} r \cdot O$.



© Gerhild Kleinhans, Mathematik-Treff

Aufgabe 2

Alpakas

Zwei Alpakas, Umi und Joe, sind auf ihrer Weide an einem Pflock mit verschiedenen langen Leinen festgebunden. Dabei ist die Leine von Umi dreimal so lang wie die von Joe. Umi hat die Angewohnheit immer im Dreieck zu laufen. Sie läuft von einem Punkt der Grenze ihrer Bewegungsfreiheit über den Pflock geradewegs zum gegenüber liegenden Punkt. Dann läuft sie wieder eine gerade Strecke genau an dem Kreis, den Joe benutzen kann, vorbei soweit sie laufen kann und dann geradewegs zurück zum Ausgangspunkt. Diese letzte Strecke ist 15 m lang.

Wie lang sind die Leinen der beiden Alpakas?



© Gerhild Kleinhans, Mathematik-Treff

Aufgabe 3

Mathematisches Rätsel in der Vorweihnachtszeit

Lisa und Tobit haben Freude an mathematischen Rätseln und Zusammenhängen und stellen sich abwechselnd mathematische Aufgaben. Diesmal hat Lisa eine Aufgabe gefunden.

Sie schreibt die folgende Aufgabe auf: „Es sei $\frac{1}{x} + x$ eine ganze Zahl.

Zeige, dass die Zahl $\frac{1}{x^n} + x^n$ für ganzzahlige n auch eine ganze Zahl ist.



© Gerhild Kleinhans, Mathematik-Treff