

www.mathe-treff.de

**Mathetreff: Lösungen der Knobelaufgaben
für die Klassen 9 und 10 (Sekundarstufe I)
April bis Juni 2024**



© Mathematik-Treff

Aufgabe 1

Wüstendurchquerung

Für die Lösung kann man das Problem „rückwärts“ angehen.

Da das Kamel pro Tag max. 40km zurücklegt und der volle Wasservorrat für zwei Tage reicht, kann jede Teilstrecke maximal 80km lang sein.

Die letzte Strecke geht über 80km, man braucht also ein Depot bei 120km mit vollen Wasservorräten. Um dort ein Depot einzurichten muss man mindestens ein Mal hin, ein Mal zurück und wieder ein Mal hin. Mit einem Depot kommt der Wüstennomade als $80\text{km} + 80/3\text{km} = 106,67\text{km}$ weit.

Mit zwei weiteren Ritten kann ein weiteres Depot bei $120\text{km} - 80/5\text{km}$ angelegt werden. Mit zwei Depots kommt der Wüstennomade also $80\text{km} + 80/3\text{km} + 80/5\text{km} = 122,67\text{km}$ weit.

Mit insgesamt drei Depots kommt er dementsprechend um $80/7\text{km}$ weiter, mit insgesamt vier Depots um $80/9\text{km}$ weiter, usw.

Mit neunzehn Depots kommt der Nomade erstmals mindestens 200km weit.

$80\text{km} + 80/3\text{km} + 80/5\text{km} + 80/7\text{km} + \dots + 80/39\text{km} = 201,34\text{km}$.

Der Nomade hat dabei $20 \cdot 80\text{km} - 0,34\text{km} = 1599,34\text{km}$ zurück gelegt.

Aufgabe 2

Scheinbeweis

Bis zur vorletzten Zeile ist alles richtig.

$$x = y+z$$

$$3x-2x = 3y-2y+3z-2z$$

$$3x+2y+2z = 2x+3y+3z$$

$$3x-3y-3z = 2x-2y-2z$$

$$3 \cdot (x-y-z) = 2 \cdot (x-y-z)$$

Hier darf aber nicht durch $(x-y-z)$ dividiert werden, da laut erster Zeile $x-y-z=0$ ist.

Aufgabe 3

Händeschütteln

Angenommen es wäre möglich. Dann muss jeder der zehn Anwesenden einer anderen Anzahl von Personen die Hände geschüttelt haben. Eine Person kann also maximal acht anderen die Hand geschüttelt haben. Die neunte Person wäre der eigene Ehepartner und die zehnte Person die Person selber.

Im folgenden gibt die Zahl 0 die Person an, die niemandem die Hand geschüttelt hat. Die Zahl 1 gibt die Person, die einer anderen Person die Hand geschüttelt hat. Usw.

Der Ehepartner von 0 muss 8 sein, da alle anderen höchsten sieben Personen die Hand geschüttelt haben können. Da 8 auch 1 die Hand geschüttelt hat, muss dessen Ehepartner 7 sein, aufgrund

analoger Überlegungen. Der Ehepartner von 2 muss 6 sein und der Ehepartner von 3 muss 5 sein. Für das letzte Ehepaar bleibt also nur zweimal die 4 übrig.

Es ist also nicht möglich, dass jeder der Anwesenden einer anderen Anzahl von Personen die Hände schütteln kann.