

© Mathematik-Treff

Aufgabe 1

Funktion gesucht!

Sei f eine auf ganz $\mathbb{R}$ definierte reelle Funktion mit folgenden Eigenschaften:

$$f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$$

$$f(1) = 25.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe dieser beiden Eigenschaften a) und b) den Funktionswert $f(1/2)$.

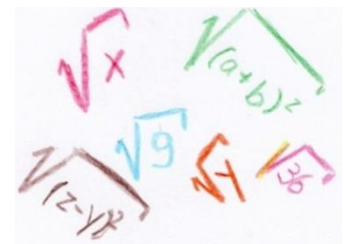
© Ronald Kaiser, Mathematik-Treff

Aufgabe 2

Wurzeln

Bevor das Wurzelzeichen von M. Stifel (1487 – 1567) eingeführt wurde, konnte man schon Wurzelausdrücke berechnen. Dazu findet man in einem Kommentar zu den Elementen des Euklids von Al-Nayrizi folgende Passage in der heutigen Sprache:

„Wenn wir die Wurzel aus einer Zahl zur Wurzel aus einer anderen Zahl addieren wollen, so addieren wir zunächst die beiden Quadrate der beiden Wurzeln und dazu noch zweimal die Wurzeln aus ihrem Produkt. Aus dem Ergebnis ziehen wir die Wurzel.“



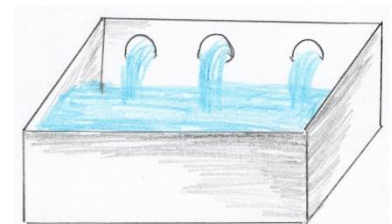
© Ronald Kaiser, Mathematik-Treff

Schreiben Sie diese Formel in der heutigen Schreibweise auf und beweisen anschließend diese Formel!

Aufgabe 3

Freibad

Johanna und Johann wollen mit ihren Freunden in das nächstgelegene Freibad gehen. Leider musste dort das Wasser ausgetauscht werden. Der Bademeister sagt Johanna, dass es noch eine Weile dauern wird, bis das Schwimmbecken wieder voll mit Wasser durch 3 Pumpen gefüllt wird. Johann will es aber ganz genau wissen, wie lange es dauert. Der Bademeister sagt Johann, dass die erste Pumpe allein das Schwimmbecken in 15 Stunden, die zweite Pumpe allein in 18 Stunden und die dritte Pumpe allein in 24 Stunden füllen würde. Allerdings war erste Pumpe anfänglich kaputt. Sie konnte erst nach dem die anderen beiden Pumpen drei Stunden liefen repariert werden.



© Ronald Kaiser, Mathematik-Treff

- Wie lange hätte es mit allen drei Pumpen von Anfang an zusammen gedauert, das Schwimmbecken zu befüllen? Berechnen Sie
- Wie lange hat es tatsächlich gedauert? Berechnen Sie.
- Nach vier Stunden pumpen fällt leider die dritte Pumpe komplett aus und kann nicht mehr repariert werden. Wie lange dauert es das Becken zu befüllen? Berechnen Sie.